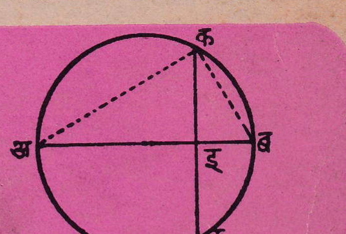
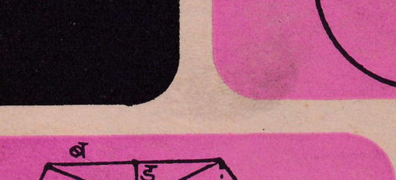
आर्यभटाचा गणितपाद व त्याचा मराठी अनुवाद

प्रा. शं. के. अभ्यंकर





510
Ary
28361

0
AAR
361

भास्कराचार्य प्रतिष्ठान
पुणे ४

SALKAR

आर्यभटाचा गणितपाद
व
त्याचा मराठी अनुवाद

MODERN COLLEGE
Library
PUNE - 5.

अनुवादक

प्रा. शं. के. अभ्यंकर

510 - ABH / AAR
0 28361

510
Ary

28361

भास्कराचार्य प्रतिष्ठान, पुणे

MODERN COLLEGE-PUNE

प्रकाशक :
प्रा. अ. गो. जुमडे
उपसंचालक, भास्कराचार्य प्रतिष्ठान
१०६/६, एरंडवणे, पुणे ४११ ००४

*

© प्रकाशकाचे स्वाधीन

*

मूल्य रुपये चार व पैसे पन्नास फक्त

*

प्रकाशन दिनांक : १८ मे १९८१
बुद्धपौर्णिमा शके १९०३

*

मुद्रक :
य. गो. जोशी
आनंद मुद्रणालय
१५२३ सदाशिव, पुणे ४११ ०३०

प्रकाशकाचे मनोगत

भास्कराचार्यांचे बीजगणित व त्याचा मराठी अनुवाद आणि इंग्रजी अनुवाद ही दोन पुस्तके गेल्या दोन वर्षांत प्रकाशित झाली असून 'आर्यभटाचा गणितपाद व त्याचा मराठी अनुवाद' भास्कराचार्य प्रतिष्ठानमार्फत प्रसिद्ध करताना आम्हाला आनंद होत आहे.

भास्कराचार्य प्रतिष्ठानाच्या ध्येयधोरणानुसार भारतीय गणितज्ञांच्या संशोधनाचा परिचय सर्वसामान्य वाचकांना करून देणे हाही संशोधन कार्याचा एक भाग आहे व त्यास अनुसरून ही पुस्तके प्रकाशित होत आहेत.

पहिल्या दोन्ही प्रकाशनांना विद्यार्थी, शिक्षक, शिक्षणसंस्था व सर्वसामान्य वाचक यांच्याकडून चांगला प्रतिसाद मिळाला आहे. रँगलर डॉ. ग. स. महाजनि यांनी या पुस्तकांचे परीक्षण केले व ते 'रविवार सकाळ' ने प्रसिद्ध केल्यामुळे महाराष्ट्रभर या पुस्तकाचा प्रसार होण्यास मदत झाली आहे. रँगलर डॉ. महाजनि व रविवार सकाळ यांचे मनःपूर्वक आभार!

'आर्यभटाचा गणितपाद' केवळ ३३ श्लोकांचा आहे. मराठीमध्ये भाषांतर करताना केवळ शब्दशः भाषांतर न करता प्रा. शं. के. अभ्यंकर यांनी जरूर तेथे नमुन्याची उदाहरणे सोडवून देऊन ते भाग अधिक सोपे करण्याचा स्तुत्य उपक्रम केलेला आहे.

परिशिष्टामध्ये पारिभाषिक शब्द त्यांना इंग्रजी प्रतिशब्द व ज्या ठिकाणी ते आले आहेत त्यांचा पृष्ठक्रमांक दिलेला आहे. हे प्रकाशन पहिल्या दोन प्रकाशनां-प्रमाणेच लोकप्रिय होईल अशी आशा आहे.

याही प्रकाशनाच्या मुखपृष्ठासाठी चित्रकार श्री. अनंत सालकर यांनी चेधक चित्ररचना केली आहे. तसेच चित्रकृतीसाठी ब्लॉक श्री. भिडे बंधु यांनी केला त्याबद्दल त्यांचे हार्दिक आभार.

आनंद मुद्रणालयाचे श्री. य. गो. तथा दादा जोशी व त्यांचे सहकारी यांच्या सहकार्याबद्दल हार्दिक आभार.

अ. गो. जुमडे

अनुवादकाचे मनोगत

ज्याच्या नावाने इ. स. १९७५ मध्ये उपग्रह सोडण्यात आला त्याच आर्यभटाच्या आर्यभटीय ग्रंथातील गणितपादाचा हा अनुवाद आहे. आर्यभटीय ग्रंथात १०८ आर्या असून गणितपादात त्यांपैकी ३३ आहेत.

उपग्रह सोडण्याने शाळकरी मुलांना आर्यभटाचे नाव माहीत झाले पण केवळ नाव कळून काय उपयोग ! ! आपली जिज्ञासा असते की कृत्रिम उपग्रहाला आर्यभटांचे नाव का देण्यात आले ? याचे कारण हेंच की हा गणितज्ञ इ. स. ४७६ साली भारतात जन्मला व त्याने त्याकाळी गणित व ज्योतिर्गणितात उत्तम कामगिरी केली. यामुळे भारत सरकारने त्याच्या नावे उपग्रह सोडून आपल्या ठायीं त्याच्याबद्दल आदर निर्माण केला आहे.

ज्यांना गणिताची अवीट गोडी आहे त्यांनी बाराव्या शतकातील भास्कराचार्यांच्या गणित ग्रंथाचा परिचय करून घेतला आहे. आता पंधराशे वर्षांपूर्वी गणिताचे स्वरूप काय होते, भारतातल्या शिक्षण क्रमात त्यावेळी गणिताचे स्थान काय होते हे जाणून घेण्याची इच्छा सर्वांनाच असणार. तें कार्य आर्यभटीय ग्रंथाच्या हिंदी व इंग्रजी अनुवादाने झालेले आहे. मराठी वाचकांच्यासाठी हा प्रयत्न आहे.

आर्या ११-१२ त्रिकोणमितीविषयक असून शेवटच्या दोन कुट्टकासंबंधी आहेत. या चार आर्या वगळल्या तर शालेय गणिताच्या अभ्यासकांना गणितपादातील विषय सहज समजेल असा आम्हाला विश्वास वाटतो.

शंकर केशव अभ्यंकर

अनुक्रमणिका

	विषय	पान
१.	मंगलाचरण व प्रास्ताविक	७
२.	संख्यास्थाने	७
३.	वर्ग आणि घन	८
४.	क्षेत्रफळ व घनफळ	१०
५.	वर्तुळासंबंधी	१२
६.	शंकूच्या छायेचे गणित	१३
७.	कर्णाच्या वर्गाचे सूत्र	१४
८.	श्रढी	१५
९.	नित्य समीकरणावर प्रश्न	१७
१०.	त्रैराशिक	१७
११.	व्यस्तविधि	१९
१२.	समीकरणावर प्रश्न	१९
१३.	कुट्टक : $ax + b = cy + d$	२०
१४.	श्लोकपादानुक्रमणिका	२३
१५.	परिशिष्ट, पारिभाषिक शब्दकोष	२५

✦ ✦ ✦

आर्यभटाचा गणितपाद व त्याचा अनुवाद

मंगलाचरण व प्रास्ताविक

ब्रह्म-कु-शशि-बुध-भृगु-रवि-
कुज-गुरु-कोण-भगणान् नमस्कृत्य ।
आर्यभटस्त्विह निगदति
कुसुमपुरेऽभ्यर्चितं ज्ञानम् ।। १ ।।

ब्रह्मा, पृथ्वी, चंद्र, बुध, शुक्र, सूर्य, मंगळ, गुरु, शनि आणि नक्षत्रांना नमन करून, आर्यभट येथे कुसुमपुरांत (पाटलिपुत्रांत) सन्मानित ज्ञान सांगत आहे.

दहा संख्यास्थाने व त्यांचे लक्षण

एकं च दश च शतं च
सहस्रं त्वयुतनियुते तथा प्रयुतम् ।
कोट्यर्बुदं च वृन्दं
स्थानात् स्थानं दशगुणं स्यात् ।। २ ।।

एकं, दहं, शतं, सहस्र, दशसहस्र, लक्ष, दशलक्ष, कोटि, दशकोटि, अब्ज (शतकोटि) या प्रत्येक स्थानांत मागील स्थानापेक्षा पुढील स्थान दसपट आहे.

[येथे दहा स्थानांचा उल्लेख आहे. श्रीधराचार्य, भास्कराचार्य यांनी अठरा स्थानांची नावे दिली आहेत. त्याप्रमाणे एकं, दहं, शतं, सहस्र, लक्ष, दशलक्ष, कोटि, दशकोटि, अब्ज, खर्व, निखर्व, महापद्म, शंकु, जलधि, अंत्य, मध्य परार्ध अशा संज्ञा प्रचलित आहेत.]

वर्ग आणि घन

वर्गः समचतुरश्रः
फलं च सदृशद्वयस्य संवर्गः ।
सदृशत्रयसंवर्गो
घनस्तथा द्वादशाश्रिः स्यात् ॥ ३ ॥

ज्या चतुर्भुजाच्या चारी बाजू समान असून दोन्ही कर्ण समान असतात त्याला व त्याच्या क्षेत्रफळाला वर्ग म्हणतात. दोन समान राशींच्या गुणाकारालाही वर्ग म्हणतात.

तीन समान राशींच्या गुणाकाराला घन म्हणतात. आणि ज्या पिंडाच्या बारा बाजू समान असतात त्यालाही घन म्हणतात.

[येथे बैजिक भूमितीचा प्रारंभ दिसतो, तोच पुढे रिने देकार्त (१५९६–१६५०) याने मजबूत केला आहे.]

वर्गमूळ साधणे

भागं हरेदवर्गान्नित्यं
द्विगुणेन वर्गमूलेन।
वर्गाद्वर्गे शुद्धे
लब्धं स्थानान्तरे मूलम् ॥ ४ ॥

शेवटल्या विषम स्थानांतून सर्वांत मोठा वर्ग वजा केल्यावर वर्ग मुळाच्या जागी त्या वर्गाचे मूळ लिहून नेहमी उजव्या बाजकडील सम-स्थानाला वर्गमुळाच्या दुपटीने भागावे, मग आलेल्या भागाकाराचा वर्ग उजव्या बाजूकडील विषम स्थानांतून वजा करून तो भागाकार वर्ग-मुळाच्या जवळ उजवीकडे मांडावा. आता हे वर्ग मूळ आहे. अजून अंक उरले असतील तर हीच क्रिया चालू ठेवावी.

[उदाहरण : ५४, ७५६ याचे वर्गमूळ काढा.

वि. वि. वि.

५ ४ ७ ५ ६ (२३४

४

२×२ ४) १ ४ (३

१ २

२ ७

$३^२$ ९

२×२३ ४६) १ ८ ५ (४

१ ८ ४

१ ६

$४^२$ १ ६

०]

घनमूळ साधणे

अघनाद् भजेद् द्वितीयात्
त्रिगुणेन घनस्य मूलवर्गेण ।
वर्गस्त्रिपूर्वगुणितः
शोध्यः प्रथमाद् घनश्च घनात् ॥ ५ ॥

शेवटच्या घन स्थानांतून सर्वांत मोठा घन वजा करून त्याचे घनमूळ घनमुळाच्या ओळीत लिहावे. त्या घनस्थानाच्या लगतच्या अघन स्थानाला आलेल्या घनमुळाच्या वर्गाच्या तिपटीने भागावे, नंतर पुढील अघनस्थानांतून आलेल्या भागाकाराच्या वर्गाला पूर्वीच्या घनमुळाच्या तिपटीने आलेला गुणाकार वजा करावा आणि पुढील घनस्थानांतून भागाकाराचा घन वजा करावा आणि तो भागाकार घनमुळाच्या ओळीत उजव्या बाजूला मांडावा. याला घनमूळ म्हणावे. अजून अंक शिल्लक असतील तर हीच क्रिया पुढे चालू ठेवावी.

[उदाहरण : १८, ६०, ८६७ चे घनमूळ काढा

	घ घ घ
	१ ८ ६ ० ८ ६ ७ (१२३
$१^३$	१
$३\cdot१^२$	३) ०८(२
	६
	२६
$३\cdot१\cdot२^२$	१२
	१४०
$२^३$	८
$३\cdot१२^२$	४३२) १३२८(३
	१२९६
	०३२६
$३\cdot१२\cdot३^२$	३२४
	२७
$३^३$	२७
	०]

त्रिभुजाचे क्षेत्रफळ, सहा बाजू असलेली सूची

त्रिभुजस्य फलशरीरं
समदलकोटीभुजार्धसंवर्गः ।
ऊर्ध्वभुजातत्संवर्गार्धं
स घनः षडश्रिरिति ॥ ६ ॥

त्रिभुजाचे क्षेत्रफळ त्याचे शरीर आहे आणि ते त्याच्या पायाचा अर्ध व उंची यांच्या गुणाकाराबरोबर असते.

सहा बाजू असलेल्या पिंडाचे घनफळ त्रिभुजाचे क्षेत्रफळ व उंची यांच्या गुणाकाराच्या अर्धाबरोबर असते. [हे सूत्र ठीक नाही]

वर्तुळाचे क्षेत्रफळ, गोलाचे घनफळ

समपरिणाहस्यार्धं
विष्कम्भार्धहतमेव वृत्तफलम् ।
तन्निजमूलेन हतं
घनगोलफलं निरवशेषम् ॥ ७ ॥

वर्तुळाच्या परिधीच्या अर्धाला व्यासार्धाने गुणून वर्तुळाचे क्षेत्रफळ येते.

गोलाच्या मध्यवृत्ताच्या क्षेत्रफळाला त्याच्या वर्गमुळाने गुणिले की गोलाचे घनफळ बिनचूक येते. [घनफळाचा हा नियम ठीक नाही. त्याकाळी प्रयोगाद्वारे नियम पडताळून पाहण्याची प्रथा नसावी. भास्कराचार्यांनी इ. स. ११५० मध्ये दिलेला नियम बरोबर आहे.]

समलंब विषम चतुर्भुजाचे क्षेत्रफळ

आयामगुणे पार्श्वे
तद्योगहृते स्वपातरेखे ते ।
विस्तरयोगार्धगुणे
ज्ञेयं क्षेत्रफलमायामे ॥ ८ ॥

समलंब चतुर्भुजाच्या पायाला व मुखाला उंचीने पृथक् पृथक् गुणावे आणि प्रत्येक गुणाकाराला पाया व मुख यांच्या बेरजेने भागावे म्हणजे कर्णांच्या छेदन बिंदूपासून समांतर भुजांची लंबांतरे येतात. पाया व मुख यांच्या बेरजेच्या अर्धाला उंचीने गुणून त्या समलंब चतुर्भुजाचे क्षेत्रफळ येते.

बहुभुजाकृतीचे क्षेत्रफळ, षष्ठांश वृत्ताची त्रिज्या

सर्वेषां क्षेत्राणां
प्रसाध्य पार्श्वे फलं तदभ्यासः ।
परिधेः षड्भागज्या
विष्कम्भार्धेन सा तुल्या ॥ ९ ॥

सर्व क्षेत्रांना काटकोन चौकोनात आणून त्याच्या दोन संलग्न बाजूंचा गुणाकार करून क्षेत्रफळ साधावे.

परिधीच्या सहाव्या भागाची ज्या (जीवा) व्यासार्धाबरोबर असते.

परिधी व व्यास यांचे गुणोत्तर

> **चतुरधिकं शतमष्टगुणं**
> **द्वाषष्टिस्तथा सहस्त्राणाम् ।**
> **अयुतद्वयविष्कम्भ-**
> **स्यासन्नो वृत्तपरिणाहः ॥ १० ॥**

ज्या वर्तुळाचा व्यास २०,००० आहे त्याचा परिधी जवळ जवळ ६२,८३२ असतो.

भूमितीने समचापज्यार्धांची गणना

> **समवृत्तपरिधिपादं**
> **छिन्द्यात् त्रिभुजाच्चतुर्भुजाच्चैव ।**
> **समचापज्यार्धानि तु**
> **विष्कम्भार्धे यथेष्टानि ॥ ११ ॥**

एखाद्या वर्तुळाच्या पाव भागातील परिधीचे हवे तितके समान भाग पाडावे, मग त्यांत त्रिभुज व चतुर्भुज उभारून कोणत्याही अर्ध-व्यासासाठी समान चापांच्या अर्धज्या मिळू शकतात.

सूत्राने चापज्यार्धांची गणना करणे

> **प्रथमाच्चापज्यार्धाद**
> **यैरूनं खण्डितं द्वितीयार्धम् ।**
> **तत्प्रथमज्यार्धांशै-**
> **स्तैस्तैरूनानि शेषाणि ॥ १२ ॥**

[वरील आर्येत सांगितल्याप्रमाणे पाव परिधीचे चोवीस भाग पाडले तर प्रत्येक भाग केंद्राशी ३°४५' अथवा २२५'चा कोन करील.

याप्रमाणे २२५', २२५'×२, २२५'×३,...असे २४ कोन तयार होतील. त्यांच्या संगतचे जे २४ चापज्यार्ध होतात त्यांचा संबंध या सूत्रांत मांडला आहे.]

समजा ते चापज्यार्ध $x_{१}, x_{२}, x_{३} \ldots x_{२४}$ ने दर्शविले. वर्तुळाचा व्यासार्धं R = ३४३८ घेतला तर $x_{२}, x_{१}, x_{३} \ldots x_{२४}$ यांची उत्तरोत्तर अंतरे कळल्यास २१५ व ३४३८ मधली माने मांडता येतील.

उत्तरोत्तर अंतरे $x_{१}.\ x_{२} - x_{१}, x_{३} - x_{२} \ldots x_{२४} - x_{२३}$ यांना $D_{१}, D_{२}, D_{३} \ldots D_{२४}$ ने दर्शविल्यास बाराव्या आर्येचा अर्थ :—

$$D_{२} = x_{१} - \frac{x_{१}}{x_{१}}$$

आणि

$$D_{n+१} = D_{n} - \frac{x_n}{x_{१}} (D_{१} - D_{२}); n = 2, 3, 4, \ldots 23$$

असा घेतात.

वर्तुळ रेखणे, समतलाची परीक्षा करणे, लंबकाचा प्रयोग

> **वृत्तं भ्रमेण साध्यं**
> **त्रिभुजं च चतुर्भुजं च कर्णाभ्याम् ।**
> **साध्या जलेन समभूर्**
> **अध ऊर्ध्वं लम्बकेनैव ॥ १३ ॥**

कर्कटयंत्र फिरवून वर्तुळ साधावे. त्रिभुज व चतुर्भुज दोन कर्णांनी साधावे.

पाण्याच्या साहाय्याने समभूमीची परीक्षा करावी आणि लंबकाने ऊर्ध्वदिशा अधर दिशा साधावी.

छाया वर्तुळाची त्रिज्या

> **शङ्कोः प्रमाणवर्गं**
> **छायावर्गेण संयुतं कृत्वा ।**

यत्तस्य वर्गमूलं

विष्कम्भार्धं स्ववृत्तस्य ॥ १४ ॥

शंकूच्या उंचीच्या वर्गात छायेचा वर्ग मिळविल्यावर त्या बेरजेचे वर्गमूळ काढले की छायेच्या वृत्ताचा अर्धव्यास येतो.

शंकूची छाया

शङ्कुगुणं शङ्कुभुजाविवरं

शङ्कुभुजयोर्विशेषहृतम् ।

यल्लब्धं सा छाया

ज्ञेया शङ्कोः स्वमूलाद्धि ॥ १५ ॥

शंकुस्थान व भुजस्थान (दीपस्थान) यामधील अंतराला उंचीने गुणून त्या गुणाकाराला शंकू व भुजाच्या उंचीच्या अंतराने भागावे. जो भागाकार येईल तो शंकूच्या मुळापासून मोजलेल्या छायेच्या लांबीबरोबर असतो.

भुजस्थानाची उंची

छायागुणितं छाया–

ग्रविवरमूनेन भाजिता कोटी ।

शङ्कुगुणा कोटी सा

छायाभक्ता भुजा भवति ॥ १६ ॥

(दीपयष्टि व दोन सारख्या उंचीचे शंकु दीपयष्टीच्या एकाच दिशेत उभे असतील तर) त्या दोन शंकूच्या छायांच्या टोकामधल्या अंतराला एका छायेने गुणून छायांच्या अंतराने भागावे. जे येईल ते दीपयष्टीच्या तळापासून त्या छायाग्राचे अंतर (कोटी) होय. या कोटीला शंकूच्या उंचीने गुणून त्या छायेने भागले की दीपयष्टीची उंची (भुजा) येते.

कर्ण वर्ग अर्धज्यावर्ग

यश्चैव भुजावर्गः

कोटीवर्गश्च कर्णवर्गः सः ।

वृत्ते शरसंवर्गो–

ऽर्धज्यावर्गः स खलु धनुषोः ॥ १७ ॥

भुजाचा वर्ग व कोटीचा वर्ग यांच्या बेरजेबरोबर कर्णाचा वर्ग असतो.

कोणत्याही वर्तुळात (जेव्हा दोन चापांत विभाजन होते) दोन शरांचा गुणाकार हा चापाच्या अर्धज्याच्या वर्गाइतका असतो.

शराचे मान काढणे

ग्रासोने द्वे वृत्ते

ग्रासगुणे भाजयेत् पृथक्त्वेन ।

ग्रासोनयोगलब्धौ

सम्पातशरौ परस्परतः ॥ १८ ॥

(जेव्हा दोन वृत्ते एकमेकांना छेदतात तेव्हा त्यांच्या उभयनिष्ठ व्यासाचा भाग जो परिधींच्यामध्ये येतो त्याला ग्रास, घास म्हणतात.) व्यासातून ग्रासाला वजा करून त्याला ग्रासाने गुणून आलेल्या गुणाकाराला ग्रासहीन व्यासांच्या बेरजेने भागले की संपात शर येतात, ज्याचा ग्रासोन गुणाकारात घेतला असेल त्यायोगे दुसऱ्याचा संपात शर येतो.

श्रेढीचा योग अथवा अंशयोग

इष्टं व्येकं दलितं

सपूर्वमुत्तरगुणं समुखमध्यम् ।

इष्टगुणितमिष्टधनं

त्वथवाऽऽद्यन्तं पदार्धहतम् ॥ १९ ॥

श्रेढींतील इष्टपदांची सरासरी काढावयाची असेल तर इष्टांतून एक वजा करून त्याचा अर्ध करावा. त्यात पूर्वी आलेल्या पदांची संख्या (जर अशी पदे असतील तर) मिळवावी. जी बेरीज येईल त्या बेरजेला उत्तराने (श्रेढीतील नित्य वाढीने) गुणावे; त्यात पूर्ण श्रेढीचा आदि मिळवावा म्हणजे इष्टपदांची सरासरी येते.

दुसरी रीत : आदि व अंत्य यांच्या बेरजेला इष्टाच्या अर्धाने गुणिले की इष्टपदांची बेरीज येते.

श्रेढीतील पदसंख्या

गच्छोऽष्टोत्तरगुणिताद्
द्विगुणाद्युत्तरविशेषवर्गयुतात् ।
मूलं द्विगुणाद्यूनं
चोत्तरभजितं सरूपार्धम् ॥ २० ॥

श्रेढीच्या बेरजेच्या आठ पटीने उत्तराला गुणून त्यात आदीच्या दुपटीच्या व उत्तराच्या अंतराचा वर्ग मिळवावा आणि आलेल्या बेरजेचे वर्गमूळ काढून त्यातून आदीची दुप्पट वजा करावी. जी संख्या येईल तिला उत्तराने भागावे व भागाकारात एक मिळवून त्याचा अर्ध करावा म्हणजे श्रेढीतील पदसंख्या निघते. [सूत्ररूपात :–]

$$n=\frac{१}{२}\left(\frac{\sqrt{८ds+(२a-d)^{3}}-२a}{d}+१\right)$$

त्रिकोणी संख्यांची बेरीज

एकोत्तराद्युपचिते–
गच्छाद्येकोत्तरत्रिसंवर्गः ।
षड्भक्तः स चितिघनः
सैकपदघनो विमूलो वा ॥ २१ ॥

ज्या श्रेढीचा (उपचितीचा) आदि एक असून चय (वाढ) देखील एक आहे, अशा श्रेढींच्या बेरजेचे मान $\frac{x\,(x+१)\,(x+२)}{६}$ असते, ($x=$ चितींची संख्या)

दुसरी रीत : चितींच्या संख्येत एक मिळवून त्या बेरजेच्या घनांतून त्याचे घनमूळ वजा करून त्या बाकीला सहाने भागावे म्हणजे चितिघन येतो. (सूत्ररूपात: $\frac{(x+१)^{3}-(x+१)}{६}=$ चितिघन.)

[या चितिघनाला पुढे संकलित–संकलित असे नाव मिळाले]

$\Sigma x^{२}$ व Σx^{3} यांची मूल्ये

सैकसगच्छपदानां
क्रमात् त्रिसंवर्गितस्य षष्ठोंऽशः ।
वर्गचितिघनः स भवेत्
चितिवर्गो घनचितिघनश्च ॥ २२ ॥

गच्छ (पदांची संख्या), गच्छांत एक मिळवून आलेली संख्या आणि या दोन्ही संख्यांची बेरीज या तिहींच्या गुणाकाराचा षष्ठांश इतके मान वर्गचिति घनाचे ($\Sigma x^{२}$ चे) असते.

Σx (चिति) याच्या वर्गाबरोबर घनचितिघनाचे (Σx^{3} चे) मान असते.

(सूत्ररूपांत :)

$$\frac{x\,(x+१)\,(२x+१)}{६}=१^{२}+२^{२}+३^{२}+\ldots+x^{२}$$

आणि $$\left\{\frac{x\,(x+१)}{२}\right\}^{२}=१^{3}+२^{3}+३^{3}+\ldots x^{3}$$

दोन राशींची बेरीज व त्यांच्या वर्गांची बेरीज यापासून त्या राशींचा गुणाकार

सम्पर्कस्य हि वर्गाद्
विशोधयेदेव वर्गसम्पर्कम् ।
यत्तस्य भवत्यर्धं
विद्यात् गुणकारसंवर्गम् ॥ २३ ॥

दोन संख्यांच्या बेरजेच्या वर्गातून त्यांच्या वर्गांची बेरीज वजा करावी. आलेल्या संख्येचा अर्ध त्या दोहोंचा गुणाकार होय.

राशींच्या गुणाकारापासून राशी आणणे

द्विकृतिगुणात् संवर्गात्
द्व्यन्तरवर्गेण संयुतान्मूलम् ।
अन्तरयुक्तं हीनं
तद् गुणकारद्वयं दलितम् ॥ २४ ॥

दोनाच्या वर्गाने (४ ने) राशींच्या गुणाकाराला गुणून त्यांत त्यांच्या अंतराचा वर्ग मिळवावा; जे येईल त्याच्या वर्गमुळात राशींचे

MODERN COLLEGE–PUNE

अंतर मिळवावे किंवा वजा करावे. आलेल्या राशींचा अर्ध केल्यावर इच्छित राशींची माने येतील. [यात संक्रमण क्रियेचा समावेश आहे.]

कर्जाऊ दिलेले व्याज काढणे

मूलफलं सफलं का—
लमूलगुणमर्धमूलकृतियुक्तम् ।
मूलं मूलार्धोनं
कालहृतं स्यात् स्वमूलफलम् ।। २५ ।।

जर एका रकमेचे एक महिन्याचे व्याज त्याच दराने काही महिन्यासाठी कर्जाऊ दिल्यानंतर जी रास होईल तिला कालाने (महिन्यांच्या संख्येने) व रकमेने गुणावे. या गुणाकारात रकमेच्या अर्धाचा वर्ग मिळवावा. आलेल्या बेरजेचे वर्गमूळ काढून त्यातून मूळ रकमेचा अर्ध वजा करावा. या वजाबाकीला महिन्याच्या संख्येने भाग दिल्यावर भागाकार कर्जाऊ दिलेल्या व्याजावरोबर येईल.

त्रैराशिक

त्रैराशिकफलराशिं
तमथेच्छाराशिना हतं कृत्वा ।
लब्धं प्रमाणभजितं
तस्मादिच्छाफलमिदं स्यात् ।। २६ ।।

त्रैराशिकांत प्रमाण फलाला इच्छाराशीने गुणून गुणाकाराला प्रमाणाने भागावे म्हणजे भागाकार इच्छाफल देतो.

व्यवहारी अपूर्णांकाचा भागाकार, बेरीज वजाबाकी

छेदाः परस्परहता
भवन्ति गुणकारभागहाराणाम् ।
छेदगुणं सच्छेदं
परस्परं तत्सवर्णत्वम् ।। २७ ।।

(त्रैराशिक सोडविताना दिलेल्या राशी सच्छेद असतील तर) गुणाकाराला भागहराच्या छेदाने गुणावे व भागहराला गुणाकाराच्या

छेदाने गुणावे. [येथे $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$ हा नियम लावला आहे.]

(अपूर्णांकांची बेरीज वजाबाकी करण्यासाठी) प्रत्येक अपूर्णांकाच्या अंशाला दुसऱ्या अपूर्णांकाच्या छेदाने गुणावे म्हणजे त्यांना समच्छेदरूप (सवर्णत्व) प्राप्त होते.

व्यस्तविधि

गुणकारा भागहरा
भागहरास्ते भवन्ति गुणकाराः ।
यः क्षेपः सोऽपचयो—
ऽपचयः क्षेपश्च विपरीते ।। २८ ।।

बीजगणितात अज्ञात राशींचे मान काढताना जी व्यस्तविधि केली जाते, त्यात ज्या संख्येने गुणिले असेल त्या संख्येने भागिले पाहिजे; ज्याने भागिले असेल त्याने आता गुणायला हवे. जे मिळविले असेल ते आता वजा करावयाचे व जे वजा केले असेल ते आता मिळविले पाहिजे.

अज्ञात राशीपैकी एक एक कमी अंशांच्या बेरजेवरून अज्ञातांची बेरीज

राश्यूनं राश्यूनं
गच्छधनं पिण्डितं पृथक्त्वेन ।
व्येकेन पदेन हृतं
सर्वधनं तद् भवत्येव ।। २९ ।।

एक एक राशी वगळून इतर राशींच्या बेरजा दिल्या असतील तर आधी बेरजांची बेरीज करावी. या बेरजेला राशींच्या संख्येतून एक उणे करून त्याने भागावे म्हणजे सगळ्या राशींची बेरीज (सर्वधन) येईल.

समान द्रव्यावरून अज्ञात राशींचे मूल्य

गुलिकान्तरेण विभजेद्
द्वयोः पुरुषयोस्तु रूपकविशेषम् ।

लब्धं गुलिकामूल्यं

यद्यर्थ कृतं भवति तुल्यम् ॥ ३० ॥

जर दोन माणसे समानधन असतील तर त्यांच्या जवळील रुपयांच्या अंतराला वस्तूंच्या अंतराने भाग दिला की प्रत्येक वस्तूचे मूल्य कळते.

दोन गतिमान वस्तूंच्या भेटीचा काल

भक्ते विलोमविवरे

गतियोगेनानुलोमविवरे द्वौ ।

गत्यन्तरेण लब्धौ

द्वियोगकालावतीतैष्यौ ॥ ३१ ॥

दोन गतिमान वस्तू जर विरुद्ध दिशेने भ्रमण करीत असतील तर दोघांतील अंतराला गतीच्या बेरजेने भागावे म्हणजे त्या केव्हा भेटतील तो काल किंवा किती वेळापूर्वी भेटल्या तो काल निघेल. आणि त्या जर एकाच दिशेत जात असतील तर त्यांच्यातील अंतराला गतींच्या वजाबाकीने भागावे म्हणजे केव्हा भेटतील तो काल किंवा केव्हा भेट झाली तो काल कळेल.

$ax + b = cy + d$ समीकरणाचा निर्वाह (या समीकरणाला कुट्टक म्हणतात)

अधिकाग्रभागहारं

छिन्द्यादूनाग्रभागहारेण ।

शेषपरस्परभक्तं

मतिगुणमग्रान्तरे क्षिप्तम् ॥ ३२ ॥

अध उपरि गुणितमन्त्ययु–

गूनाग्रच्छेदभाजिते शेषम् ।

अधिकाग्रच्छेदगुणं

द्विच्छेदाग्रमधिकाग्रयुतम् ॥ ३३ ॥

समजा b हा अग्र d पेक्षा मोठा आहे. अशा स्थितीत a याला c ने भाग दिला पाहिजे. (या भागाकाराचे काही प्रयोजन नाही). दृढभाजक

काढण्याच्या रीतीप्रमाणे बाक्यांची परस्पर भागण्याची क्रिया चालू ठेवून लब्धींची संख्या सम असावी व शेवटला भाजक व बाकी पुरेशी लहान असावी. मति नावाची एक राशि आपण अशी घ्यावी की या बाकीला मतीने गुणून त्यात अग्रांतर (अर्थात् $b - d$) मिळविल्यावर या भाजकाने त्या बेरजेला निःशेष भाग जाईल. आता आलेल्या लब्धी एकाखाली एक मांडून त्याखाली मति व नंतर मतिगुणित राशीत अग्रांतर मिळवून आलेली लब्धि मांडावी. वल्लीमधील उपान्त्य संख्येने वरच्या राशीला गुणून त्यात अंतिम राशी मिळवून उपांत्याच्या वरच्या ओळीत लिहावे आणि अंत्यसंख्या पुसावी. शेवटी दोन राशी उरेपर्यंत ही क्रिया करावी. वरच्या संख्येला c ने भागून जी बाकी येईल ते x चे मान घ्यावे आणि $ax + b$ ही इष्ट संख्या होईल.

[उदाहरण १. एका संख्येला १३ ने भाग दिल्यावर बाकी १ उरते आणि ३४ ने भाग दिल्यावर बाकी २ उरते. ती संख्या शोधा.

संख्या $= ३४ x + २ = १३ y + १$

३४ ला १३ ने भागावयाचे. लब्धि २ सोडावयाचा बाकी ८ उरली. परस्पर भागून ४ लब्धि घेऊ.

```
१३) ३४ (२ वगळला
    २६
    --
     ८) १३ (१
         ८
        --
         ५) ८ (१
            ५
           --
            ३) ५ (१
               ३
              --
               २) ३ (१
                 ----
                   १
```

शेवटची बाकी १, शेवटचा भाजक २, मति १ घेता येईल, अग्रांतर १ वल्ली तयार करू या.

१				८
१			५	५
१		३	३	
१	२	३		
मति १	३			
३				

x = ८ म्हणून संख्या = ३४ × ८ + २ = २७४

उदाहरण २ : १०० x + १ = ६३ y

या समीकरणाच्या निर्वाहासाठी x, y च्या पूर्णांक मानांच्या अनेक जोडया मांडा.]

आर्यभटीय गणितपादाचा अनुवाद संपला.

अभ्यासार्थ सूचना

आर्या १. प्रथम ब्रह्मदेवाला नमस्कार आहे. ज्याने सृष्टीची रचना केली तोच माणसाला ज्ञान देतो म्हणून ग्रंथारंभी मंगलाचरण असते.

आर्या २. ग्रंथाच्या संक्षेपासाठी केवळ दहा स्थाने दिली आहेत.

आर्या ३, ४, ५ : $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

आणि $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

या सूत्रावर आधारलेल्या आहेत.

आर्या ९. एखादी गोष्ट पुनः पुनः करण्याला अभ्यास म्हणतात. गुणाकाराला अभ्यास शब्द लावला आहे.

आर्या १०. ढोबळ मानाने π चे मान $\frac{22}{7}$ घेतात. त्यापेक्षा हे मान अधिक सन्निकट आहे.

आर्या १२. या गणन क्रियेत चापज्यार्धांची माने सूत्रबद्ध केली आहेत. येथे चलन कलनाचा अंकुर दिसतो का ?

आर्या २० व २१ द्विघाती समीकरणाच्या निर्वाहाच्या सूत्रावर आधारित आहेत.

* * *

श्लोकपादानुक्रमणिका

	पान		पान
अघनाद् भजेद् द्वितीयात्	९	चतुरधिकं शतमष्टगुणम्	१२
अथ उपरिगुणितम्	२०	चितिघनः	१७
अथ ऊर्ध्वं लम्बकेनैव	१३	चितिवर्गो	१७
अधिकाग्रच्छेदगुणम्	२०	छायागुणितं छायाग्र	१४
अधिकाग्रभागहारम्	२०	छेदगुणं सच्छेदम्	१८
अन्तरयुक्तं हीनं तद्	१७	छेदाः परस्परहता	१८
अपचयः क्षेपश्च	१९	तत्प्रथमज्यार्धांशैः	१२
अयुतद्वयविष्कम्भस्य	१२	तन्निजमूलेन हतम्	११
अर्धज्यावर्गः	१४	त्रिभुजस्य फलशरीरम्	१०
आयामगुणे पार्श्वे	११	त्रिभुजं चतुर्भुजं च	१३
आर्यभटस्त्विह निगदति	७	त्रैराशिक फलराशिम्	१८
आसन्नो वृत्तपरिणाहः	१२	द्विकृतिगुणात् संवर्गाद्	१७
इष्टं व्येकं दलितम्	१५	द्वियोगकालावतीतैष्यौ	२०
इष्टगुणितमिष्टधनम्	१५	परिधेः षड्भागज्या	११
ऊर्ध्वभुजा तत्	१०	प्रथमाच्चापज्यार्धात्	१२
एकं दश च शतं	७	फलं च सदृशद्वयस्य	८
एकोत्तराद्युपचितेः	१६	ब्रह्म-कु-शशि-बुध	७
कोटयर्बुदं च वृन्दम्	७	भक्ते विलोमविवरे	२०
गच्छधनम्	१९	भागहरास्ते	१९
गच्छोऽष्टोत्तरगुणिताद्	१६	भागं हरेदवर्गान्नित्यम्	८
गत्यन्तरेण भक्तौ	२०	मतिगुणमग्रान्तरे	२०
गुणकारा भागहरा	१९	मूलफलं सफलम्	१८
गुलिकान्तरेण विभजेद्	१९	मूलं द्विगुणाद्यूनम्	१६
गुलिकामूल्यम्	२०	मूलं मूलार्धोनम्	१८
ग्रासोनयोगलब्धौ	१५	यः क्षेपः सोऽपचयो	१९
ग्रासोने द्वे वृत्ते	१५	यत्तस्य भवत्यर्धम्	१७
घनगोलफलम्	११	यत्तस्य वर्गमूलम्	१४
घनचितिघनश्च	१७	यल्लब्धं सा छाया	१४
घनस्तथा द्वादशाश्रिः	८	यश्चैव भुजावर्गः	१४

	पान		पान
राश्यूनं राश्यूनम्	१९	शङ्कुगुणा कोटी सा	१४
लब्धं गुलिकामूल्यम्	२०	शङ्कोः प्रमाणवर्गम्	१३
लब्धं प्रमाणभजितम्	१८	शेषपरस्परभक्तम्	२०
लब्धं स्थानान्तरे मूलम्	८	षड् भक्तः स चितिघनः	१६
वर्गः समचतुरश्रः	८	सदृशत्रयसंवर्गो	८
वर्गः चितिघनः सः	१७	समचापज्यार्धानि	१२
वर्गस्त्रिपूर्वगुणितः	९	समदलकोटीभुजार्ध	१०
वर्गाद् वर्गे शुद्धे	८	समपरिणाहस्यार्धम्	११
विष्कम्भार्धेन सा तुल्या	११	समवृत्तपरिधिपादम्	१२
विस्तरयोगार्धगुणे	११	सम्पर्कस्य हि वर्गाद्	१७
वृत्तपरिणाहः	१२	सर्वधनं तद्	१७
वृत्तफलम्	११	सर्वेषां क्षेत्राणाम्	११
वृत्तं भ्रमेण साध्यम्	१३	साध्या जलेन समभूः	१३
वृत्ते शरसंवर्गोऽर्धज्या	१५	सैकसगच्छपदानां क्रमात्	१७
व्येकेन पदेन हृतम्	१९	स्थानात् स्थानं दशगुणं स्यात्	७
शङ्कुगुणं शङ्कुभुजा	१४		

* * *

परिशिष्ट

पारिभाषिक शब्दकोष

अग्र (१) टोंक (२) बाकी (end, residue) ९, १६

अग्रविवर–टोकामधले अंतर (distance between ends)

अग्रान्तर–बाक्यांचे अंतर (residue-difference)

अघन–घन नाही ते (non-cube) ३

अधिकाग्र–मोठी बाकी (greater remainder) १६

अधिकाग्रच्छेद–मोठी बाकी देणारा भाजक (divisor giving greater remainder)

अधिकाग्र-भागहार=अधिकाग्रच्छेद

अनुलोम–एकाच बाजूला जाणारे (going the same way) १६

अनुलोमविवर–एकाच बाजूला जाणाऱ्या वस्तूमधील अंतर (distance between objects going the same way)

अन्तर–(difference between two quantities)

अन्त्य–शेवटची संख्या (last number)

अपचय–वजा करण्याची (subtractive)

अभ्यास–गुणाकार (multiplication)

अर्धज्या–अर्धी जीवा (R sine)

अर्बुद–दशकोटि (10^8)

आद्यन्त–श्रेढीचे पहिले पद व शेवटचे पद (first and last term of the series)

आयाम–पाया किंवा मुख यांची लांबी (length of base or face)

आसन्न–सन्निकट (approximate)

इच्छाफल–(fruit corresponding to ichha)

इच्छाराशि–त्रैराशिकातील एक राशि (one of the three quantities in the rule of three)

इष्ट–अज्ञात अथवा दिलेली संख्या (desired or given number)

उत्तर–श्रेढीतील निश्चयवाढ (common difference)

उपचिति–श्रेढी (a series in general)

ऊनाग्रच्छेद = ऊनाग्रभागहार– लहान बाकी देणारा भाजक (divisor giving smaller remainder)

ऊर्ध्वभुजा–उभी बाजू अथवा उंची (altitude or vertical side)

कर्ण–(hypotenuse, lateral side)

काल–(time in problems of principal and interest)

कृति–वर्ग (square)

कोटि, कोटी–(१) काटकोन त्रिकोणाची उभी बाजू (२) भुजाशी काटकोन करणारी बाजू (vertical side of a right angled triangle, complement of the bhuja, (crore)

कोण-शनि (saturn)

क्षेत्रफल-(area) **क्षेप**- मिळवायची संख्या (additive quantity)

गच्छ-पदांची संख्या (number of terms)

गति-(motion)

गुणकार-गुणक (multiplier)

गुलिका-अज्ञात राशि (a thing of unknown value)

ग्रास-घास (overlapping part of diameters)

घन-(cube of a number, solid cube)

घनगोल-गोळा (solid sphere)

घनगोलफल-गोलाचे घनफळ (volume of a solid sphere)

घनचितिघन-Σn^3 (sum of the series of cubes of natural numbers)

घनफल-(volume)

घनमूल-(cube root)

चतुरश्र-चौकोन (quadrilateral)

चतुर्भुज=चतुरश्र

चाप-(arc)

चापज्यार्ध=ज्या

चिति-Σn (sum of series of natural numbers)

चितिघन - त्रिकोणी संख्यांची बेरीज (sum of the series $\Sigma\Sigma n$)

चितिवर्ग-$(\Sigma n)^2$ (square of the sum of a series of natural numbers)

छाया-(shadow)

छेद-भाजक (divisor)

ज्या-जीवा (R sine)

त्रिभुज-(triangle)

त्रैराशिक-(rule of three)

दल-अर्धा (half)

द्वादशाश्रि-बारा कोरांचा पिंड, घन (twelve edged solid, cube)

द्विच्छेदाग्र-दिलेल्या दोन भाजकांनी भाग दिल्यावर दिलेल्या दोन बाक्या देणारी संख्या (a number which yields the given remainders by the two given divisors)

धन-बेरीज (sum)

धनु-वक्र (arc)

नियुत-लक्ष (10^5)

निरवशेष-बिनचूक (exact)

पद-(१) वर्गमूळ, (२) पद (square root, term of a series)

परिणाह-परिघ (circumference)

परिधि=परिणाह

पार्श्व-संलग्न बाजू (adjacent side)

प्रमाण-(argument in the rule of three)

प्रयुत-दशलक्ष (10^6)

फल-व्याज (interest)

फलराशि-(one of the three quantities in the rule of three)

भागहरण-भागाकार (division)

भागहार = (**भागहर**) - भाजक (divisor)

भुजा-काटकोन त्रिकोणांची बाजू (lateral side of a right angled triangle)

भ्रम-कर्कटयंत्र (compasses)

मति-निवडलेली संख्या (optional number)

मध्य-श्रेढीतील मध्य पद (middle term in a series)

मुख-श्रेढीतील पहिले पद (first term in a series)

मूल-(१) वर्गमूळ (२) मुद्दल (square root, principal)

मूलफल-व्याज (interest)

राशि-(quantity)

रूप-एक (one)

रूपक-रुपया (a coin)

लम्बक-(plumb)

वर्ग-(square)

वर्गचितिघन-Σn^2 (sum of a series of squares of natural numbers)

वर्गमूल-(square root)

विलोमविवर-विरुद्ध दिशांनी जाणाऱ्या दोन गतिमान वस्तूंमधील अंतर distance between two objects moving in oposite directions

विवर-अंतर (difference)

विशेष-अंतर (difference)

विष्कम्भ-व्यास (diameter)

विष्कम्भार्ध-त्रिज्या (radius)

विस्तर=विस्तार (length)

वृत्त-वर्तुळ (circle)

वृत्तपरिणाह-वर्तुळाचा परिघ (circumference of a circle)

वृन्द-अब्ज (10^9)

शङ्कु-(gnomon)

शर-(R versed sine)

षडश्रि-सूची (a triangular pyramid)

संवर्ग-गुणाकार (multiplication)

समचतुरश्र-चौरस (square)

समदलकोटि-त्रिकोणाचा लंब (altitude of a triangle)

समपरिणाह-वर्तुळाचे परिघ (circumference of a circle)

समवृत्त-वर्तुळ (circle)

सम्पर्क-बेरीज (sum)

सम्पातशर - छेदणाऱ्या चापांचे शर (arrows of intercepted arcs)

सर्वधन-श्रेढीची बेरीज (sum of a series)

सवर्णत्व-समच्छेद (reduction to common denominator)

स्वपातरेखा - समलंब चतुर्भुजाच्या कर्णांच्या छेदन बिंदूपासून पायावर व मुखावर काढलेले लंब (perpendicular drawn on the base or face of a trapezium from the point of cut of the diagonals.

✦ ✦ ✦

23 SEP 2004

भास्कराचार्यांच्या बीजगणिताचा मराठी व इंग्रजी अनुवाद

" भास्कराचार्यांचे बीजगणित व त्याचा मराठी अनुवाद "
" भास्कराचार्याज् बीजगणित अँड इट्स ट्रान्सलेशन "

प्रा. शं. के. अभ्यंकर – प्रकाशक : प्रा. अ. गो. जुमडे, उपसंचालक, भास्कराचार्य प्रतिष्ठान, १०६१६, एरंडवणे, पुणे ४. पृष्ठे अनुक्रमे ५० व ६०, किं. प्रत्येकी ५ रुपये

भास्कराचार्यांचे संपूर्ण बीजगणित त्यांच्या सिद्धान्तशिरोमणीचा एक भाग आहे. अर्थात तो संस्कृतमध्ये श्लोकबद्ध असल्याने पारिभाषिक शब्दांचा परिचय असल्याशिवाय व संस्कृत येत असल्याशिवाय समजू शकत नाही. म्हणून प्रा. शं. के. अभ्यंकरांनी एक स्तुत्य व अभिनंदनीय प्रयत्न करून मराठी व इंग्रजी वाचकांना उपकृत केले आहे. मूळ ग्रंथात भास्कराचार्यांनी केलेली विषयाची मांडणी पाणिनीप्रमाणे सूत्ररूपाने केली असल्याने अनुवादाची प्रत्येक पुस्तिका ५०–६० पानांची आहे. आकर्षक छपाई, मोठा टाईप व सुंदर सजावट केल्याबद्दल लेखकाचे व हे घडवून आणणाऱ्या भास्कराचार्य प्रतिष्ठानचे सकौतुक अभिनंदन केले पाहिजे.

पुस्तिकांचे स्वरूप असे – केवळ ५० पानांत खालील विषय हाताळलेले आहेत.

१ मंगलाचरण, २ शून्य षड्विध, ३ वर्ण षड्विध, ४ करणी षड्विध, ५ कुट्टक विवरण, ६ वर्ग प्रकृति, ७ एकवर्णसमीकरण, ८ मध्यमाहरण, ९ अनेकवर्णसमीकरण, १० अनेकवर्णसमीकरणान्तर्गत मध्यमाहरण, ११ भावित शिवाय ग्रंथ समाप्ती, परिशिष्ट व आवश्यक पारिभाषिक शब्द अशा १४ प्रकरणांनी युक्त अशा या दोन्ही पुस्तिका सुलभ व उपयोगी झाल्या आहेत. एकंदर सर्व विषयाची व्याप्ती १८७ श्लोकांत (१००० अनुष्टुभ छंद) असल्याने पहिले वाचन सहज थोड्या वेळात करता येते. विषय समजण्याकरता मात्र दोन-तीन वेळा वाचून प्रयत्न करणे जरूर आहे. एक गोष्ट स्पष्ट की प्रा. अभ्यंकरांनी जणू काही भास्कराचार्यांचा प्रत्यक्ष परिचय करून दिला आहे.

प्रा. अभ्यंकर यांनी " ग्रंथसमाप्ति " मधील दुसऱ्या श्लोकाचे भाषांतर केले आहे. " ब्रह्मगुप्त, श्रीधर व पद्मनाभ यांची बीजगणिते आहेत. ती फार विस्तृत आहेत म्हणून शिष्यांच्या संतोषासाठी त्यातील सार घेऊन चांगल्या कल्पनांनी युक्त असे हे लघु तयार केले. " आपल्या आधीच्या गणितज्ञांचा गौरवपूर्ण उल्लेख करण्यात भास्कराचार्यांची थोरवी दिसून येते.

अलीकडच्या काळात बीजगणिताचा किती तरी प्रकारांनी विस्तार झाला आणि किती नवीन दालने उघडली गेली आहेत याची प्रा. अभ्यंकरांच्याच त्यांचे आंतरराष्ट्रीय कीर्तीचे चिरंजीव श्रीराम अभ्यंकर यांच्या एका प्रबंधावरून कल्पना येईल.

STOCK-VERIFIED 2002-03
STOCK-VERIFIED
2018-2019

ना. स. महाजनि
रविवार सकाळ, ४–१–८१

STOCK-VERIFIED
JUNE-2011
Stock Verified
09-2000
Stock Verified
1996-97

भास्कराचार्यांचे बीजगणित
व
त्याचा मराठी अनुवाद

✳

प्रा. शं. के. अभ्यंकर

510 - ABH / AAR
0 28361
28361
MODERN COLLEGE-PUN